

2 三平方の定理の逆

- ・前項で学んだ「三平方の定理」については、その逆が成り立つことが知られている。ここでは、「三平方の定理の逆」に加え、三角形の内角と3辺の平方の関係について学ぶことにする。

☆三平方の定理の逆

- ・ $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ の対辺の長さをそれぞれ a 、 b 、 c とするとき、

$$\angle C < 90^\circ \quad \text{ならば} \quad c^2 < a^2 + b^2$$

$$\angle C = 90^\circ \quad \text{ならば} \quad c^2 = a^2 + b^2$$

$$\angle C > 90^\circ \quad \text{ならば} \quad c^2 > a^2 + b^2$$

が成り立つ。

→これらに対しては、その逆も成り立つ！

→実際に成り立つのか、証明してみよう！

例題

3辺の長さが5 cm, 12 cm, 13 cm である三角形は、直角三角形であるかどうか調べなさい。

2 三平方の定理の逆

練習

- (1) 3辺の長さが5 cm, 9 cm, $2\sqrt{14}$ cm である三角形は、直角三角形であるかどうかを調べなさい。
- (2) 3辺の長さが、次のような三角形があります。この中から、直角三角形をすべて選びなさい。
 - ① 2 cm, 3 cm, 4 cm
 - ② 5 cm, $5\sqrt{3}$ cm, 10 cm
 - ③ 8 cm, 17 cm, 15 cm
 - ④ $3\sqrt{2}$ cm, $3\sqrt{3}$ cm, $4\sqrt{2}$ cm

発展

m, n を $m > n > 0$ を満たす正の実数とすると、 $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$ を3辺の長さとする三角形を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) この三角形は直角三角形であることを示せ。
- (2) m, n を特に正の整数とすると、整数の3つの組 $(m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2)$ を $m^2 + n^2$ の小さい方から5組求めよ。ただし、この3つの組の最大公約数が1より大きいものは除くこと。